

به نام خدا
دانشگاه آزاد اسلامی
واحد اصفهان (خوراسگان)

درس: تحقیق در عملیات (پژوهش عملیاتی)

رشته: حسابداری

تحقیق در عملیات

جلسه پنجم

فصل دوم

روش سیمپلکس

3

مثال ۲-۸: مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 1, \\ & 2x_1 + 4x_2 \leq 12, \\ & x_1 \leq 3, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

با اضافه کردن متغیرهای کمکی به محدودیت های نامساوی، فرم استاندارد زیر برای شروع روش

سیمپلکس به دست می آید.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 + s_1 = 1, \\ & 2x_1 + 4x_2 + s_2 = 12, \\ & x_1 + s_3 = 3, \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0. \end{aligned}$$

4

تحقیق در عملیات

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 + s_1 = 1, \\ & 2x_1 + 4x_2 + s_2 = 12, \\ & x_1 + s_3 = 3, \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0. \end{aligned}$$

توجه: گزینه ضرایب تابع هدف، وارد جدول می شود

جدول آغازین این مسئله به فرم زیر است:

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R.H.S
z	-1	-1	0	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	0	1
s_2	2	4	0	1	0	12
s_3	1	0	0	0	1	3

با توجه به نامشیت بودن ضریب متغیرهای غیرپایه در سطر تابع هدف، جواب فعلی بهینه نیست. در این مثال، تکرارهای روش سیمپلکس را در جدول های متوالی تا مشخص شدن وضعیت مسئله، انجام می دهیم. در هر تکرار، عنصر لولا که متناظر متغیرهای وارد شونده و خارج شونده است، مشخص شده است.

5

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R.H.S
z	-1	-1	0	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	0	1
s_2	2	4	0	1	0	12
s_3	1	0	0	0	1	3
z	-2	0	1	0	0	1
x_2	-1	1	1	0	0	1
s_2	6	0	-4	1	0	8
s_3	1	0	0	0	1	3

6

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
Z	-2	.	1	.	.	1
x_2	-1	1	1	.	.	1
s_2	6	.	-4	1	.	8
s_3	1	.	.	.	1	3
Z	.	.	$-2/6$	$2/6$	.	$22/6$
x_2	.	1	$2/6$	$1/6$	.	$14/6$
x_1	1	.	$-4/6$	$1/6$	.	$8/6$
s_3	.	.	$4/6$	$-1/6$	1	$10/6$

7

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
Z	.	.	$-2/6$	$2/6$	.	$22/6$
x_2	.	1	$2/6$	$1/6$	.	$14/6$
x_1	1	.	$-4/6$	$1/6$	.	$8/6$
s_3	.	.	$4/6$	$-1/6$	1	$10/6$
Z	.	.	.	$1/4$	$2/4$	$27/4$
x_2	.	1	.	$1/4$	$-2/4$	$9/4$
x_1	1	.	.	.	1	$18/4$
s_1	.	.	1	$-1/4$	$6/4$	$10/4$

8

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
z	0	0	0	$1/4$	$2/4$	$27/6$
x_2	0	1	0	$1/4$	$-2/4$	$9/6$
x_1	1	0	0	0	1	$18/6$
s_1	0	0	1	$-1/4$	$6/4$	$10/4$

با توجه به اینکه ضریب متغیرهای غیر پایه در سطر تابع هدف همگی نامنفی هستند، لذا جواب پایه نهایی با مختصات $(x_1, x_2, s_1, s_2, s_3) = (18/6, 9/6, 10/4, 0, 0)$ و مقدار تابع هدف $27/6$ بهینه بوده و الگوریتم خاتمه می یابد.

9

تحقیق در عملیات

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 + s_1 = 1, \\ & 2x_1 + 4x_2 + s_2 = 12, \\ & x_1 + s_3 = 3, \\ & x_1, x_2, s_1, s_2, s_3 \geq 0. \end{aligned}$$

$$(x_1, x_2, s_1, s_2, s_3) =$$

$$(18/6, 9/6, 10/4, 0, 0)$$

مقدار تابع هدف $27/6$

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
z	-1	-1	0	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	0	1
s_2	2	4	0	1	0	12
s_3	1	0	0	0	1	3
z	-2	0	1	0	0	1
x_2	-1	1	1	0	0	1
s_2	6	0	-4	1	0	8
s_3	1	0	0	0	1	3
z	0	0	$-2/6$	$2/6$	0	$22/6$
x_2	0	1	$2/6$	$1/6$	0	$14/6$
x_1	1	0	$-4/6$	$1/6$	0	$8/6$
s_3	0	0	$4/6$	$-1/6$	1	$10/6$
z	0	0	0	$1/4$	$2/4$	$27/6$
x_2	0	1	0	$1/4$	$-2/4$	$9/6$
x_1	1	0	0	0	1	$18/6$
s_1	0	0	1	$-1/4$	$6/4$	$10/4$

10

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R.H.S
Z	-1	-1	0	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	0	1
s_2	2	4	0	1	0	12
s_3	1	0	0	0	1	3
Z	-2	0	1	0	0	1
x_2	-1	1	1	0	0	1
s_2	6	0	-4	1	0	8
s_3	1	0	0	0	1	3
Z	0	0	$-2/6$	$2/6$	0	$22/6$
x_2	0	1	$2/6$	$1/6$	0	$14/6$
x_1	1	0	$-4/6$	$1/6$	0	$8/6$
s_3	0	0	$4/6$	$-1/6$	1	$10/6$
Z	0	0	0	$1/4$	$2/4$	$27/4$
x_2	0	1	0	$1/4$	$-2/4$	$9/4$
x_1	1	0	0	0	1	$18/4$
s_1	0	0	1	$-1/4$	$6/4$	$10/4$

مقادیر سمت
راست، همگی
نامنفی هستند

تابع هدف در
هر تکرار، بهبود
یافته است

11

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

تفاوت مسائل ماکزیمم سازی و مینیمم سازی در حل یک مسئله برنامه ریزی خطی به روش سیمپلکس، در انتخاب متغیر وارد شونده به پایه و تست بهینگی است. شرط بهینگی در مسائل ماکزیمم سازی، نامنفی بودن ضرایب متغیرها در سطر تابع هدف و در مسائل مینیمم سازی، نامثبت بودن آن است. همچنین، متغیر وارد شونده به پایه در مسائل ماکزیمم سازی، متغیر غیرپایه با منفی ترین ضریب در سطر تابع هدف است. در حالی که در مسائل مینیمم سازی، متغیر غیرپایه با مثبت ترین ضریب در سطر تابع هدف، بعنوان متغیر وارد شونده به پایه در نظر گرفته می شود.

12

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

جدول سیمپلکس بهینه یک مسئله ماکزیمم سازی

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
Z	0	0	0	$1/4$	$2/4$	$27/6$
x_2	0	1	0	$1/4$	$-2/4$	$9/6$
x_1	1	0	0	0	1	$18/6$
s_1	0	0	1	$-1/4$	$6/4$	$10/4$

13

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

جدول سیمپلکس بهینه یک مسئله مینیمم سازی

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
Z	0	0	0	-1	-2
x_2	0	1	$1/3$	$-1/3$	$2/3$
x_1	1	0	$1/3$	$2/3$	$8/3$

14

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

در هر جدول سیمپلکس، مقادیر متغیرهای غیرپایه برابر صفر است و در انتخاب متغیر وارد شونده به پایه، همه متغیرهای غیرپایه با ضریب منفی در سطر تابع هدف، می توانند با ورود به پایه و افزایش مقدار، به بهبود تابع هدف کمک کنند. تنها دلیل اینکه متغیر با منفی ترین مقدار، به عنوان متغیر وارد شونده به پایه انتخاب می شود این است که این انتخاب، قانون مند باشد. اگر به اشتباه، یک متغیر غیرپایه با ضریب مثبت در سطر تابع هدف، بعنوان متغیر وارد شونده به پایه انتخاب شود، جدول سیمپلکس، تکرار شده و مقدار تابع هدف بدتر خواهد شد (کاهش می یابد).

15

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

ماکزیم سازی

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R. H. S
Z	0	-4	-2	0	1	0	13
x_1	1	-5	4	1	-2	0	7
x_6	0	-2	1	2	-4	1	4

	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	R. H. S
Z	-1	-1	0	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	0	1
s_2	2	4	0	1	0	12
s_3	1	0	0	0	1	3

16

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

تست مینیمم در انتخاب متغیر خارج شونده از پایه، به منظور حفظ شدنی بودن جواب است. یعنی تضمین می کند که جواب پایه به دست آمده در جدول بعدی سیمپلکس، شدنی باشد. به عبارت دیگر، اگر متغیری که تست مینیمم برای آن اتفاق نمی افتد (مینیمم نسبت محاسبه شده را نداشته باشد) به عنوان متغیر خارج شونده از پایه انتخاب شود، در جدول سیمپلکس بعدی، حداقل یکی از مؤلفه های موجود در ستون سمت راست، منفی شده و بنابراین، یک جواب نشدنی خواهیم داشت.

17

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

اگر ستون زیر یک متغیر غیر پایه در قسمت محدودیت ها در یک جدول سیمپلکس دارای عناصر نامثبت باشد، آن متغیر می تواند در ناحیه شدنی مقدار نامتناهی $(+\infty)$ داشته باشد. در این حالت، ناحیه شدنی آن مسئله نیز نامحدود یا بی کران است.

ماکزیمم سازی

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R. H. S
z	0	-4	-2	0	1	0	13
x_1	1	-5	4	1	-2	0	7
x_6	0	-2	1	2	-4	1	4

18

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

اگر ضریب یک متغیر غیرپایه در سطر تابع هدف جدول سیمپلکس، منفی و ستون زیر آن در قسمت محدودیت ها دارای عناصر نامثبت باشد، آن متغیر می تواند در ناحیه شدنی مقدار نامتناهی $(+\infty)$ داشته باشد و بعلاوه با افزایش مقدار خود بطور نامحدود، مقدار تابع هدف را نیز بطور نامحدود بهبود (افزایش) دهد. در چنین حالتی، مسئله دارای جواب بهینه نامتناهی (بی کران) است.

19

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

بنابراین، یک مسئله برنامه ریزی خطی دارای جواب بهینه نامتناهی (بی کران) است، هرگاه در یکی از تکرارهای روش سیمپلکس، متغیر غیرپایه ای وجود داشته باشد که ضریب آن در سطر تابع هدف، منفی بوده و در قسمت محدودیت ها دارای ضرایب نامثبت باشد. در این حالت، روش سیمپلکس خاتمه می یابد.

ماکزیمم سازی

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R. H. S
z	0	-4	-2	0	1	0	13
x_1	1	-5	4	1	-2	0	7
x_6	0	-2	1	2	-4	1	4

20

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

اگر در یکی از تکرارهای روش سیمپلکس، متغیر غیرپایه ای با ضریب صفر در سطر تابع هدف وجود داشته و تست مینیمم آن مثبت باشد، آن متغیر می تواند وارد پایه شده و یک جواب پایه جدید به دست می آید. با توجه به ضریب صفر آن متغیر در سطر تابع هدف و عدم نیاز به یکه سازی این سطر، جواب پایه جدید همان مقدار تابع هدف قبلی را خواهد داشت. در صورت منفی بودن ضرایب آن متغیر در قسمت محدودیت ها (عدم امکان انجام تست مینیمم)، آن متغیر می تواند بطور نامحدود افزایش یافته در حالی که مقدار تابع هدف، بدون تغییر باقی می ماند.

21

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R. H. S
Z	0	-4	-2	0	1	0	13
x_1	1	-5	4	1	-2	0	7
x_6	0	-2	1	2	-4	1	4

- اگر متغیر غیرپایه x_4 که در سطر تابع هدف دارای ضریب صفر است وارد پایه شود، با توجه به مثبت بودن تست مینیمم و خروج x_4 از پایه، یک جواب پایه جدید و شدنی به دست می آید که همان مقدار تابع هدف قبلی یعنی 13 را دارد.

22

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

اگر یک مسئله برنامه ریزی خطی دارای جواب بهینه بوده و در جدول نهایی (بهینه) سیمپلکس متناظر آن، متغیر غیرپایه ای با ضریب صفر در سطر تابع هدف وجود داشته باشد، با ورود آن متغیر به پایه، مقدار تابع هدف تغییری نمی کند. در چنین حالتی اگر تست مینیمم مثبت باشد، آن متغیر وارد پایه شده و یک جواب پایه جدید با مقدار تابع هدف قبلی (بهینه) به دست می آید. اگر امکان انجام تست مینیمم نبوده و ضرایب آن متغیر در قسمت محدودیت ها، همگی نامثبت باشند، متغیر مذکور می تواند به طور نامحدود افزایش یافته، در حالی که مقدار تابع هدف ثابت می ماند. در هر دوی این حالات، مسئله دارای جواب بهینه چندگانه است (یعنی جواب های متفاوت با مقدار تابع هدف یکسان).

23

تحقیق در عملیات

ملاحظات روش سیمپلکس

بنابراین، یک مسئله برنامه ریزی خطی دارای جواب بهینه چندگانه (دگرین) است، هرگاه در جدول نهایی (بهینه) روش سیمپلکس، متغیر غیرپایه ای وجود داشته باشد که ضریب آن در سطر تابع هدف، برابر صفر بوده و علاوه یا دارای تست مینیمم مثبت بوده و یا در قسمت محدودیت ها دارای ضرایب نامثبت باشد. در چنین حالتی می توان با تکرار روش سیمپلکس، جواب های بهینه چندگانه را پیدا نمود.

24

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	R. H. S
Z	۴	۰	۶	۰	۱	۰	۱۰
$x_۴$	۵	۰	۴	۱	-۲	۳	۱
$x_۲$	۲	۱	۱	۰	-۴	-۱	۲

- مسئله دارای جواب بهینه چندگانه است، زیرا متغیر غیرپایه $x_۴$ در سطر تابع هدف دارای ضریب صفر بوده و تست مینیمم آن نیز مثبت است ($۱/۳$). بنابراین، با ورود $x_۴$ به پایه و خروج $x_۴$ از پایه، یک جواب پایه جدید به دست می آید.

25

تحقیق در عملیات

مثال ۱۱-۲: مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\min z = ۲x_1 - x_۲$$

$$\text{s. t. } x_1 + x_۲ \leq ۴,$$

$$x_1 - x_۲ \leq ۲,$$

$$x_1, x_۲ \geq ۰.$$

به منظور شروع روش سیمپلکس، متغیرهای کمکی به محدودیت های نامساوی اضافه می شوند.

$$\min z = ۲x_1 - x_۲$$

$$\text{s. t. } x_1 + x_۲ + s_1 = ۴,$$

$$x_1 - x_۲ + s_۲ = ۲,$$

$$x_1, x_۲, s_1, s_۲ \geq ۰.$$

تحقیق در عملیات

اکنون، جدول آغازین این مسئله را تشکیل می دهیم که با توجه به مینیمم سازی بودن تابع هدف و مثبت بودن ضریب برخی از متغیرهای غیرپایه در سطر تابع هدف، جواب فعلی بهینه نیست. بنابراین، تکرارهای روش سیمپلکس را در جدول های متوالی تا مشخص شدن وضعیت مسئله، انجام می دهیم. در هر تکرار، عنصر لولا که متناظر متغیرهای وارد شونده و خارج شونده است، مشخص شده است.

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
z	-۲	۱	۰	۰	۰
s_1	۱	۱	۱	۰	۴
s_2	۱	-۱	۰	۱	۲

27

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
z	-۲	۱	۰	۰	۰
s_1	۱	۱	۱	۰	۴
s_2	۱	-۱	۰	۱	۲
z	-۳	۰	-۱	۰	-۴
x_2	۱	۱	۱	۰	۴
s_2	۲	۰	۱	۱	۶

$$\begin{aligned} \min \quad & z = 2x_1 - x_2 \\ \text{s. t.} \quad & x_1 + x_2 + s_1 = 4, \\ & x_1 - x_2 + s_2 = 2, \\ & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0. \end{aligned}$$

با توجه به اینکه ضریب متغیرهای غیرپایه در سطر تابع هدف نامثبت هستند، لذا جواب بهینه دارای مختصات $(x_1, x_2, s_1, s_2) = (0, 4, 0, 6)$ و مقدار تابع هدف نیز برابر ۴- خواهد بود.

28

تحقیق در عملیات

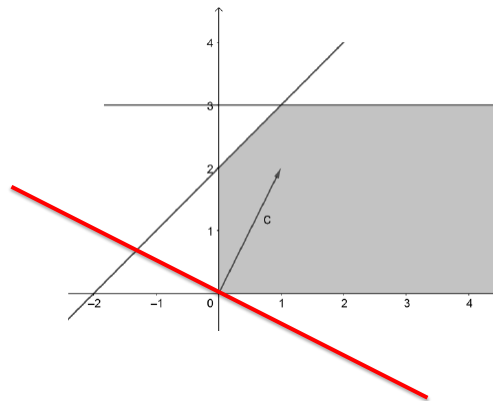
مثال ۲-۱۲. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s. t.} \quad & -x_1 + x_2 \leq 2, \\ & x_2 \leq 3, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

29

تحقیق در عملیات

ناحیه شدنی این مسئله در شکل زیر نشان داده شده است و ملاحظه می شود که x_1 می تواند در این ناحیه بطور نامحدود افزایش یابد. با توجه به جهت تابع هدف و به کمک روش ترسیمی نیز می توان دید که این مسئله دارای جواب بهینه نامحدود است.



30

تحقیق در عملیات

اکنون به حل این مسئله به روش سیمپلکس تا مشخص شدن وضعیت آن می پردازیم. فرم استاندارد مسئله فوق به شکل زیر بوده و جدول آغازین نیز برای آن رسم شده است:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = x_1 + 2x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 + x_2 + s_1 = 2, \\ & x_2 + s_2 = 3, \\ & x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
z	-1	-2	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	2
s_2	0	1	0	1	3

31

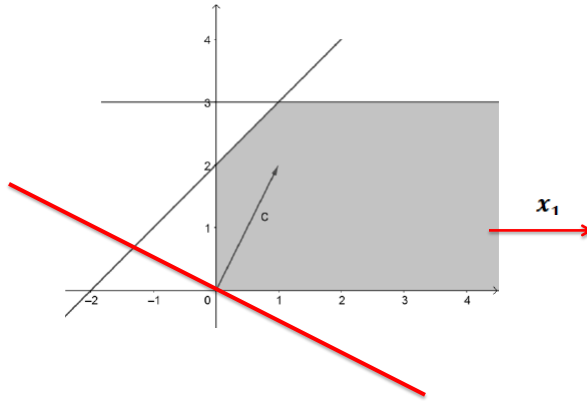
تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
z	-1	-2	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	2
s_2	0	1	0	1	3

متغیر غیرپایه x_1 را در نظر بگیرید که دارای ضرایب نامثبت در قسمت محدودیت ها و همچنین، ضریب منفی در سطر تابع هدف است. بنابراین، این متغیر می تواند همزمان بطور نامحدود و تا $+\infty$ در ناحیه شدنی افزایش یافته و تابع هدف را نیز بطور نامحدود بهبود بخشد. بنابراین، مسئله دارای جواب بهینه نامحدود است.

32

تحقیق در عملیات



33

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
z	-1	-2	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	2
s_2	0	1	0	1	3

در صورتی که در جدول فوق، متغیر غیرپایه x_2 که در سطر تابع هدف دارای منفی ترین مقدار است، بعنوان متغیر واردشونده به پایه انتخاب شده، تکرارهای روش سیمپلکس به صورت زیر ادامه می یابد:

34

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
Z	-1	-2	0	0	0
s_1	-1	1	1	0	2
s_2	0	1	0	1	3
Z	-3	0	2	0	4
x_2	-1	1	1	0	2
s_2	1	0	-1	2	1
Z	0	0	-1	6	7
x_2	0	1	0	2	3
x_1	1	0	-1	2	1

با توجه به منفی بودن ضریب متغیر غیرپایه s_1 در سطر تابع هدف آخرین جدول، جواب فعلی بهینه نیست. با توجه به ضرایب نامثبت این متغیر در قسمت محدودیت ها، s_1 می تواند همزمان بطور نامحدود و تا $+\infty$ در ناحیه شدنی افزایش یافته و تابع هدف را نیز بطور نامحدود بهبود بخشد. بنابراین، باز هم نتیجه می گیریم که این مسئله دارای جواب بهینه نامحدود است.

35

تحقیق در عملیات

مثال ۲-۱۳. مسئله برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید.

$$\min z = -x_1 + x_2$$

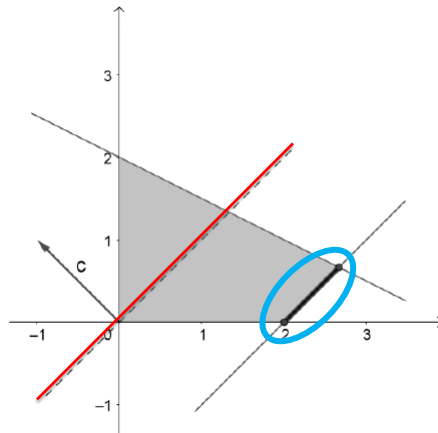
$$\text{s. t. } x_1 + 2x_2 \leq 4,$$

$$x_1 - x_2 \leq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

36

ناحیه تیره رنگ، ناحیه شدنی این مسئله و C بردار ضرایب تابع هدف آن است. ملاحظه می شود که اگر خط عمود بر بردار ضرایب تابع هدف که به صورت خط چین نشان داده شده، در خلاف جهت آن بردار حرکت کرده تا از ناحیه شدنی خارج شود، پاره خط تیره آخرین نقاط را نشان می دهد. بنابراین، این مسئله دارای جواب چندگانه است.



37

تحقیق در عملیات

$$\min z = -x_1 + x_2$$

$$\text{s. t. } x_1 + 2x_2 \leq 4,$$

$$x_1 - x_2 \leq 2,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

با اضافه کردن متغیرهای کمکی به محدودیت های نامساوی، فرم استاندارد زیر برای شروع روش سیمپلکس به دست می آید.

$$\min z = -x_1 + x_2$$

$$\text{s. t. } x_1 + 2x_2 + s_1 = 4,$$

$$x_1 - x_2 + s_2 = 2,$$

$$x_1, x_2, s_1, s_2 \geq 0.$$

38

تحقیق در عملیات

جدول آغازین و تکرارهای دیگر روش سیمپلکس تا مشخص شدن وضعیت این مسئله به صورت زیر است:

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
Z	۱	-۱	۰	۰	۰
s_1	۱	۲	۱	۰	۴
s_2	۱	-۱	۰	۱	۲
Z	۰	۰	۰	-۱	-۲
s_1	۰	۳	۱	-۱	۲
x_1	۱	-۱	۰	۱	۲

با توجه به نامثبت بودن ضریب متغیرهای غیرپایه در سطر تابع هدف جدول فوق، جواب بهینه دارای مختصات $(x_1, x_2, s_1, s_2) = (2, 0, 2, 0)$ و مقدار بهینه تابع هدف نیز برابر ۲- می باشد.

39

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
Z	۰	۰	۰	-۱	-۲
s_1	۰	۳	۱	-۱	۲
x_1	۱	-۱	۰	۱	۲

همچنین، با توجه به اینکه متغیر غیرپایه x_2 در سطر تابع هدف دارای ضریب صفر بوده و تست مینیمم آن نیز مثبت است، بنابراین، با ورود x_2 به پایه و خروج s_1 از پایه، می توان جدول نهایی فوق را ادامه داده تا یک جواب پایه بهینه جدید به دست آید.

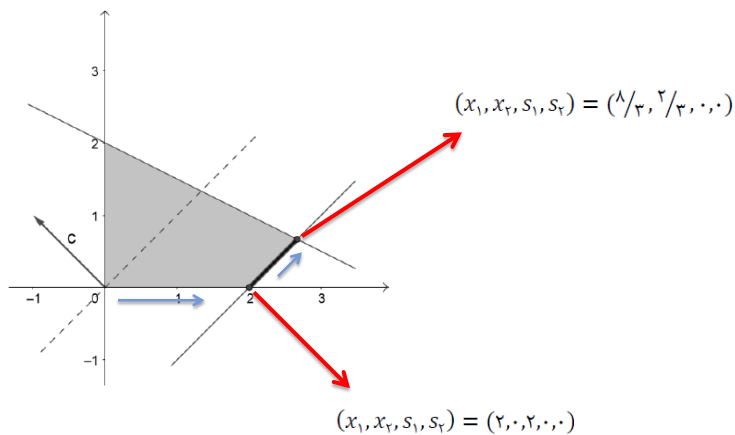
40

تحقیق در عملیات

	x_1	x_2	s_1	s_2	R. H. S
Z	0	0	0	-1	-2
s_1	0	3	1	-1	2
x_1	1	-1	0	1	2
Z	0	0	0	-1	-2
x_2	0	1	$1/3$	$-1/3$	$2/3$
x_1	1	0	$1/3$	$2/3$	$8/3$

ملاحظه می شود که جدول نهایی فوق نیز جدول بهینه بوده و جواب بهینه با مختصات $(x_1, x_2, s_1, s_2) = (8/3, 2/3, 0, 0)$ و مقدار بهینه تابع هدف برابر 2- به دست می آید. بوضوح مشخص است که هر دو جواب بهینه به دست آمده دارای مقدار بهینه تابع هدف یکسان و برابر 2- هستند و بنابراین، این مسأله دارای جواب بهینه چندگانه است.

41



42